المراجعة العامة

الثانوية العامة

تجميع إمتحانات الأعوام السابقة
مع نماذج إجابتها

مادة الجبر والهندسة الفراغية

الأمتحان الجبر والفراغية(٢٠١٤) ونموذج الوزارة لإجابتها

{270} ث.ع.ع / أول

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

ح14

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة { نظام حديث } لعام ٢٠١٤ م

{ الدور الأول }

الرياضيات البحتة { الجبر والهندسة الفراغية }   الزمن : ساعتان

ملحوظة : ١- يسمح باستخدام الآلة الحاسبة   { الأسئلة فى صفحتين }

٢- $\{١ ، \omega ، \omega^٢\}$ هى مجموعة الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $ت^٢ = -١$

أولاً : الجبر

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (٦ درجات)

(أ) أكمل العبارات الآتية :

١- مجموعة حل المعادلة : $\underline{|س - ١} = ١$ هى ....

٢- إذا كان عدد حدود مفكوك $(س + ص)^{٢ن - ١}$ يساوى ١٢ حداً فإن قيمة ن = ...

٣- عند حل المعادلتين : $أ_١ س + ب_١ ص = جـ_١$ ، $أ_٢ س + ب_٢ ص = جـ_٢$ ، إذا كان :

$س = \frac{-٧}{\begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & -٢ \end{vmatrix}}$ ، $ص = \frac{-٢١}{\begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & -٢ \end{vmatrix}}$ فإن $جـ_١$ = ... ، $جـ_٢$ = ...

(ب) إذا كان $\underline{|ن} = ٧٢٠$ ، $^{ن+١}ل_{ر} = ٢١٠$ فأوجد قيمة :
$^{ن+١}ق_{ر} + ^{ن+١}ق_{ر-١}$

السؤال الثانى : (٦ درجات)

(أ) فى مفكوك $\left(٤س^٢ + \frac{١}{٢س}\right)^{١٥}$ أوجد :

(أولاً) قيمة الحد الخالى من س

(ثانياً) قيمة س التى تجعل الحدين الأوسطين فى المفكوك متساويين .

(ب) أثبت أن $\left(\frac{٥ - ٣\omega^٢}{٥\omega - ٣} - \frac{٢ - ٧\omega}{٢\omega^٢ - ٧}\right)^٤ = ٩$ حيث ω أحد الجذور التكعيبية للواحد الصحيح.

السؤال الثالث : (٦ درجات)

(أ) ضع العدد $ع = ١ + \sqrt{٣}\,ت$ على الصورة المثلثية ثم أوجد جذريه التربيعيين فى الصورة الأسية .

بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية

(ب) بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} أ_1 + ب_1 س & أ_1 س + ب_1 & ح_1 \\ أ_2 + ب_2 س & أ_2 س + ب_2 & ح_2 \\ أ_3 + ب_3 س & أ_3 س + ب_3 & ح_3 \end{vmatrix} = (1 - س^2) \begin{vmatrix} أ_1 & ب_1 & ح_1 \\ أ_2 & ب_2 & ح_2 \\ أ_3 & ب_3 & ح_3 \end{vmatrix}$$

ثانياً : الهندسة الفراغية

السؤال الرابع : (٦ درجات)

(أ) أكمل العبارات الآتية :

١- إذا كان قياس الزاوية بين مستقيمين متخالفين يساوى ٩٠° فيقال لهما ....

٢- إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوى ثالث كان خط تقاطع هذين المستويين ....

٣- متوازى مستطيلات أبعاده س ، ص ، ع فإذا كان س ص = ٤٨ سم^2 ، س ع = ١٤٤ سم^2 ، ص ع = ١٩٢ سم^2 فإن حجمه = ... سم^3 وطول قطره = ... سم

(ب) س ، ص ، ع ثلاث مستويات متوازية قطعها المستقيم ل فى النقط أ ، ب ، ح على الترتيب ، كما قطعها المستقيم م فى النقط ء ، هـ ، و على الترتيب فإذا كان $\overleftrightarrow{أو}$ يقطع المستوى ص فى ن ، كان أب : بح = ١ : ٣ فأثبت أن : حو + ٣ أء = ٤ (بن + نهـ)

السؤال الخامس : (٦ درجات)

م أ ب ح هرم ثلاثى فيه $\overline{مأ}$ ⊥ المستوى أ ب ح ، أ ب = أ ح = ١٠ سم ، ب ح = ١٢ سم ، م أ = ٨ سم ، ء منتصف $\overline{بح}$.

(أولاً) احسب طول $\overline{أء}$ وأثبت أن : $\overline{مء}$ ⊥ $\overline{بح}$.

(ثانياً) أوجد ق (∠ م - $\overleftrightarrow{بح}$ - أ)

(ثالثاً) أثبت أن المستويين م أ ء ، م ب ح متعامدان .

انتهت الأسئلة

٦

منتدى توجيه الرياضيات
م/عادل إدوار

نموذج إجابة الرياضيات
[الجبر والهندسة الفراغية]

الدرجة العظمى (٣٠)
الدرجة الصغرى ـــ
عدد الصفحات ٥

السؤال الأول : ٦ درجات : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات

(أ) (٣ درجات) لكل مفردة درجة

(١) $\text{س} - ١ = \text{صفر} \leftarrow \text{س} = ١$ [درجة]

أ، $\text{س} - ١ = ١ \leftarrow \text{س} = ٢$ ، $\text{م.ح} = \{١ ، ٢\}$

> اذاقام الطلاب بإجراء خطوات سليمة للحل يحصل على نصف درجة وذلك فى كل جزئية من جزئيات السؤال الأول (أ)

(٢) $٢\,\text{ن} - ١ + ١ = ١٢ \leftarrow \text{ن} = ٦$ [درجة]

(٣) $\because \Delta_{\text{س}} = \begin{vmatrix} \text{ج}_١ & ١ \\ \text{ج}_٢ & -٢ \end{vmatrix} = -٧ \quad \therefore -٢\,\text{ج}_١ - \text{ج}_٢ = -٧$ (١)

$\Delta_{\text{ص}} = \begin{vmatrix} ٣ & \text{ج}_١ \\ ١ & \text{ج}_٢ \end{vmatrix} = -٢١ \quad \therefore ٣\,\text{ج}_٢ - \text{ج}_١ = -٢١$ (٢)

من (١) ، (٢) $\text{ج}_١ = ٦$ [نصف] ، $\text{ج}_٢ = -٦$ [نصف]

(ب) (٣ درجات)

$\underline{|\text{ن}} = ٧٢٠ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦$

$\therefore \text{ن} = ٦$ [درجة]

${}^{\text{ن}+١}\text{ل}_{\text{ر}-٢} = {}^{٧}\text{ل}_{\text{ر}-٢} = {}^{٧}\text{ل}_{٣} = ٢١٠$

$\therefore \text{ر} - ٢ = ٣ \quad \therefore \text{ر} = ٥$ [درجة]

${}^{\text{ن}+١}\text{ق}_{\text{ر}} + {}^{\text{ن}+١}\text{ق}_{\text{ر}-١} = {}^{٧}\text{ق}_{٥} + {}^{٧}\text{ق}_{٤}$

${}^{٨}\text{ق}_{٥} = {}^{٨}\text{ق}_{٣} = ٥٦$ [درجة]

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

السؤال الثانى : ٦ درجات : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات

(أ) فى مفكوك $\left(4\text{س}^{2} + \frac{1}{2\text{س}}\right)^{15}$

$\text{ع}_{\text{ر}+1} = {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}} \times \left(\frac{1}{2\text{س}}\right)^{\text{ر}} \times (4\text{س}^{2})^{15-\text{ر}}$ **نصف درجة**

$= {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\text{ر}} \times \frac{1}{\text{س}^{\text{ر}}} \times (4)^{15-\text{ر}} \times \text{س}^{30-2\text{ر}-\text{ر}}$ **نصف درجة**

الحد الخالى من س تضع $30 - 3\text{ر} = \text{صفر}$

$\therefore \text{ر} = 10$ **نصف درجة**

الحد الخالى من س هو $\text{ع}_{11} = {}^{15}\text{ق}_{10} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times (4)^{15-10}$

$= 3003$ **نصف درجة**

رتبة الحدان الأوسطان $= \frac{\text{ن}+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$ هما $\text{ع}_{8} = \text{ع}_{9}$

$\frac{\text{ع}_{9}}{\text{ع}_{8}} = \frac{15-8+1}{8} \times \frac{\left(\frac{1}{\text{س}^{2}}\right)}{4\text{س}^{2}} = \frac{1}{8\text{س}^{3}} = 1$ **نصف درجة**

$\therefore 8\text{س}^{3} = 1 \quad \therefore \text{س} = \frac{1}{2}$ **نصف درجة**

(ب) $\left(\frac{5\omega^{3} - 3\omega^{2}}{5\omega - 3} - \frac{2\omega^{3} - 7\omega}{2\omega^{2} - 7}\right)^{4}$ **درجة**

$= \left(\frac{\omega^{2}(5\omega - 3)}{5\omega - 3} - \frac{\omega(2\omega^{2} - 7)}{2\omega^{2} - 7}\right)^{4}$ **نصف درجة**

$= (\omega^{2} - \omega)^{4}$ **نصف درجة**

$= (\pm\sqrt{3}\,\text{ت})^{4}$ **نصف درجة**

$= 9\,\text{ت}^{4} = 9 \times 1 = 9 = \text{الأيسر}$ **نصف درجة**

عادل إدوار توجيه الرياضيات

السؤال الثالث : ٦ درجات (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات

(أ) ع = ١ + $\sqrt{٣}$ ت ∴ س = ١ ، ص = $\sqrt{٣}$

|ع| = $\sqrt{\text{س}^٢ + \text{ص}^٢}$ = $\sqrt{١ + ٣}$ = ٢ **نصف درجة**

جا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا θ = $\frac{١}{٢}$ ∴ θ = $\frac{\text{ط}}{٣}$ الربع الأول **نصف درجة**

ع = ٢ (جتا $\frac{\text{ط}}{٣}$ + ت جا $\frac{\text{ط}}{٣}$) الصورة المثلثية **نصف درجة**

جذرى العدد ع

$\sqrt{\text{ع}}$ = $(٢)^{\frac{١}{٢}}$ [جتا $\frac{٦٠ + ٣٦٠ \text{ر}}{٢}$ + ت جا $\frac{٦٠ + ٣٦٠ \text{ر}}{٢}$]

= $\sqrt{٢}$ [جتا ٣٠ + ت جا ٣٠] ر = صفر ، ١ **نصف درجة**

الصورة الأسية $\sqrt{\text{ع}}$ = $\sqrt{٢}$ $\text{هـ}^{\frac{\text{ط}}{٦}\text{ت}}$ **نصف** ، $\sqrt{\text{ع}}$ = $\sqrt{٢}$ $\text{هـ}^{\frac{٧\text{ط}}{٦}\text{ت}}$ **نصف**

(ب)

$$= \begin{vmatrix} \text{أ}_١ + \text{ب}_١\text{س} & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{جـ}_١ \\ \text{أ}_٢ + \text{ب}_٢\text{س} & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{جـ}_٢ \\ \text{أ}_٣ + \text{ب}_٣\text{س} & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{جـ}_٣ \end{vmatrix} \quad \text{ع}_١ - \text{س ع}_٢$$

$$= \begin{vmatrix} \text{أ}_١ - \text{أ}_١\text{س}^٢ & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{جـ}_١ \\ \text{أ}_٢ - \text{أ}_٢\text{س}^٢ & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{جـ}_٢ \\ \text{أ}_٣ - \text{أ}_٣\text{س}^٢ & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{جـ}_٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{أ}_١(١-\text{س}^٢) & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{جـ}_١ \\ \text{أ}_٢(١-\text{س}^٢) & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{جـ}_٢ \\ \text{أ}_٣(١-\text{س}^٢) & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{جـ}_٣ \end{vmatrix}$$

درجة **نصف درجة**

$$= (١ - \text{س}^٢) \begin{vmatrix} \text{أ}_١ & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{جـ}_١ \\ \text{أ}_٢ & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{جـ}_٢ \\ \text{أ}_٣ & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{جـ}_٣ \end{vmatrix} \quad \text{ع}_٢ - \text{س ع}_١$$

نصف درجة

$$= (١ - \text{س}^٢) \begin{vmatrix} \text{أ}_١ & \text{ب}_١ & \text{جـ}_١ \\ \text{أ}_٢ & \text{ب}_٢ & \text{جـ}_٢ \\ \text{أ}_٣ & \text{ب}_٣ & \text{جـ}_٣ \end{vmatrix} = \text{الطرف الأيسر}$$

درجة

السؤال الرابع : ٦ درجات (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات

(١) مستقيمين متخالفين متعامدين **درجة**

(٢) يكون عمودياً على المستوى الثالث **درجة**

(٣) ∵ س ص = ٤٨ ، س ع = ١٤٤ ، ص ع = ١٩٢

حجم متوازى المستطيلات = س × ص × ع = $\sqrt{\text{س ص . س ع . ع ص}}$

= $\sqrt{٤٨ × ١٤٤ × ١٩٢}$ = ١١٥٢ سم^{٣} **نصف**

بحل المعادلات س = ٦ سم ، ص = ٨ سم ، ع = ٢٤ سم

طول قطره = $\sqrt{٦^{٢} + ٢٤^{٢} + ٨^{٢}}$ = ٢٦ سم **نصف**

(ب) ∵ المستوى ص // المستوى ع

يقطعهما المستوى أ حـ و فى $\overline{\text{ب ن}}$ ، $\overline{\text{حـ و}}$

∴ $\overline{\text{ب ن}}$ // $\overline{\text{حـ و}}$ **نصف درجة**

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ حـ}} = \frac{\text{أ ن}}{\text{أ و}} = \frac{\text{ب ن}}{\text{حـ و}} = \frac{١}{٤}$ **نصف درجة**

∴ حـ و = ٤ ب ن (١) **نصف درجة**

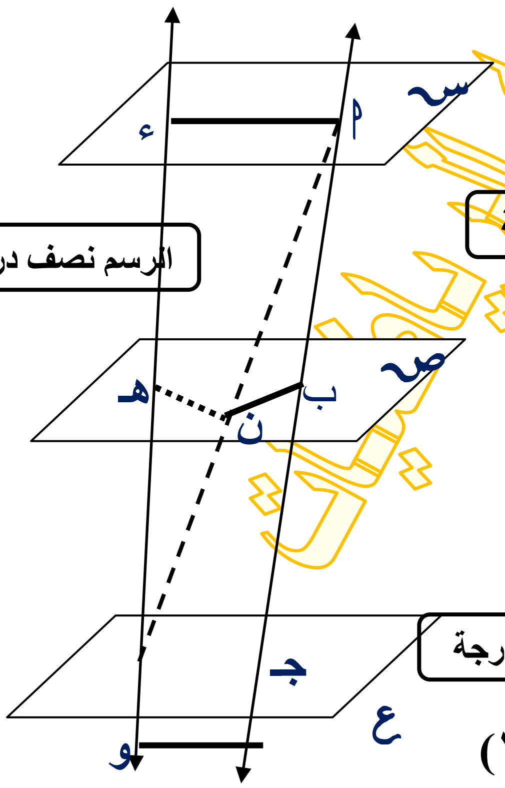
∵ المستوى ص // المستوى س

يقطعهما المستوى و أ ء فى $\overline{\text{ن هـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ن هـ}}$

∴ $\frac{\text{و هـ}}{\text{و ء}} = \frac{\text{و ن}}{\text{و أ}} = \frac{\text{ن هـ}}{\text{أ ء}} = \frac{٣}{٤}$ **نصف درجة**

∴ ٣ أ ء = ٤ ن هـ (٢) بجمع (١) ، (٢)

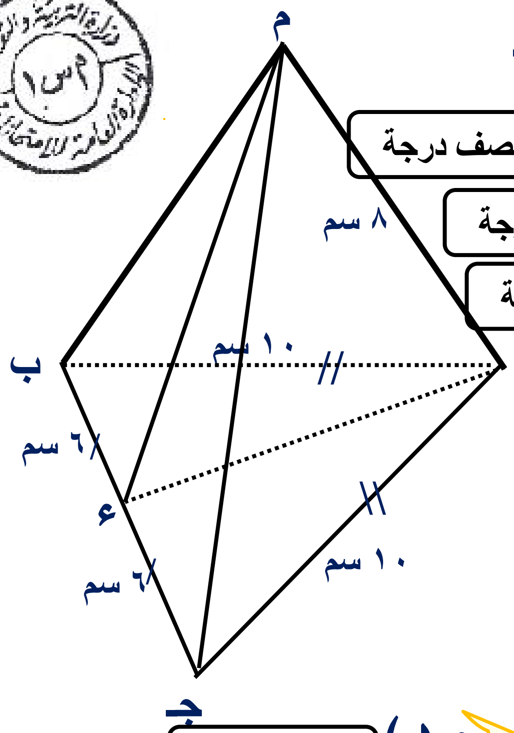


الرسم نصف درجة

حـ و + ٣ أ ء = ٤ ب ن + ٤ ن هـ **نصف درجة**

∴ حـ و + ٣ أ ء = ٤ (ب ن + ن هـ) = ٤ ب هـ

السؤال الخامس: ٦ درجات : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات



∵ Δ أ ب جـ متساوى الساقين ، ء منتصف ب جـ

∴ أ ء ⊥ ب جـ Δ أ ء ب قائم الزاوية فى ء — نصف درجة

(أ ء)^{٢} = (أ جـ)^{٢} − (جـ ء)^{٢} — نصف درجة

∴ أ ء = √(١٠^{٢} − ٦^{٢}) = ٨ سم — نصف درجة

∵ م أ ⊥ المستوى أ ب جـ ، م ء مائل على المستوى

ومسقطه أ ء ⊥ ب جـ — نصف درجة

∴ م ء ⊥ ب جـ

(ii) ∵ م ء ⊥ ب جـ ، أ ء ⊥ ب جـ

∴ ق (م − ب جـ − أ) نفسها ق (∠ م ء أ) — نصف درجة

∴ ظا (∠ م ء أ) = ٨/٨ = ١ ∴ ق (∠ م ء أ) = ٤٥° — نصف درجة

(iii) ∵ ب جـ ⊥ كلٍ من م ء ، أ ء

∴ ب جـ ⊥ المستوى م أ ء — نصف درجة

ب جـ ⊂ المستوى م ب أ — نصف درجة

∴ المستوى م ب جـ ⊥ المستوى م أ ء — نصف درجة

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ م
المرحلة الثانية / الدور الأول

الجبر والهندسة الفراغية 【 رياضيات (٢) 】 الزمن : ساعتان

(تنبيه مهم : الإجابات المكررة عن أسئلة الاختيار من متعدد والصواب والخطأ لن تقدر ويتم تقدير الإجابة الأولى فقط)

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة (الدرجة الفعلية = مجموع الدرجات ÷ ٢) **【 الأسئلة فى صفحتين 】**

أولا : الجبر

ملحوظة : { ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ } هى مجموعة الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، ت ^{٢} = ـ ١

أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (ثمانى درجات)

(ا) إذا كان $^{ن+٢}\text{ل}_{ر} = ٢$ $^{ن+٢}\text{ق}_{ر}$ ، $\dfrac{^{ن}\text{ق}_{ر+١}}{^{ن}\text{ق}_{ر}} = \dfrac{٥}{٣}$

فأوجد قيمة : $^{٢ن}\text{ق}_{ن-ر} + {}^{ن+٣}\text{ل}_{ر-١}$

(ب) أوجد القيمة العددية للمقدار : $\dfrac{١}{٤\omega^{٣} + ٢\omega^{٢} + ٣\omega} + \dfrac{١}{٥\omega^{٦} + ٣\omega^{٤} + ٤\omega^{٢}}$

السؤال الثانى : (ثمانى درجات)

(ا) إذا كان ع = $\left(١ + \text{حتا} \dfrac{ط}{٣} + \text{ت حا} \dfrac{ط}{٣} \right)^{٦}$ فضع العدد ع فى الصورة المثلثية

ثم أوجد الجذور التكعيبية للعدد ع فى الصورة الأسية .

(ب) استخدم خواص المحددات لإيجاد قيم س التى تحقق :

$$\begin{vmatrix} ٢\text{س} & ١ & ١ \\ ١ & ٢\text{س} & ١ \\ ١ & ١ & ٢\text{س} \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

السؤال الثالث : (ثمانى درجات)

(ا) فى مفكوك $\left(\text{س}^{٢} + \dfrac{١}{\text{س}^{٢}} \right)^{٣ن}$ حسب قوى س التنازلية .

(أولا) : أثبت أن الحد الخالى من س رتبته (٢ن + ١) .

(ثانيا) : أوجد النسبة بين الحد الخالى من س والحد الأوسط عندما ن = ٤ ، س = ١

(ب) باستخدام طريقة كرامر حل المعادلات الآتية :

$$\begin{vmatrix} ٢ & \text{ص} \\ ١ & \text{س} \end{vmatrix} = ١ \quad ، \quad \begin{vmatrix} ٣ & \text{ع} \\ ٢ & \text{ص} \end{vmatrix} = ١ \quad ، \quad \begin{vmatrix} ٣ & \text{س} \\ ١ & \text{ع} \end{vmatrix} = ٢$$

【 بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية 】

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة الآتية :

السؤال الرابع : (سبع درجات)

(ا) أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :

(١) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هى إحدى الزوايا التى يصنعها أحدهما مع أى مستقيم مرسوم من نقطة عليه ....

(٢) إذا كان مستقيم عموديا على مستوى فكل مستو يحوى هذا المستقيم يكون ....

(٣) إذا قطعت عدة مستويات متوازية بمستقيمين فإن أطوال القطع المستقيمة المحصورة بينها تكون ....

(٤) مكعب طول قطره $٣\sqrt{٣}$ سم فإن طول قطر أى وجه من أوجهه يساوى .... سم .

(ب) س ص ع س َ ص َ ع َ منشور ثلاثى مائل فإذا كانت النقطة ل ت س س َ بحيث : س س َ ⊥ المستوى ل ص ع فأثبت أن الوجه ص ص َ ع َ ع مستطيل . وإذا كان ق (∠ ص ص َ س َ) = ٣٠° فأوجد قياس زاوية ميل س ص على المستوى ل ص ع .

السؤال الخامس : (سبع درجات)

(ا) برهن أنه " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه عموديا على أى مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عموديا على ذلك المستقيم " .

(ب) المستويان ز ، ض متوازيان فإذا كانت النقط : ا ، ب ، ه ت المستوى ز ، جد خ المستوى ض بحيث : ده T بج ، اد ت بج = {م} .

فأثبت أن النقط : ا ، ب ، ه على استقامة واحدة .

وإذا كانت م منتصف اد ، اب = ٧ سم . فأوجد طول به .

السؤال السادس : (سبع درجات)

م ا ب ج هرم ثلاثى فيه م ا ، م ب ، م ج متعامدة مثنى مثنى وكانت د ت ب ج بحيث ا د ⊥ ب ج ، ه ت ا د بحيث م ه ⊥ ا د

(أولا) : أثبت أن : $\dfrac{\text{دب}}{\text{ده}} = \dfrac{\text{دا}}{\text{دج}}$

(ثانيا) : إذا كان م ا = م ب = م ج فعين ظل الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستوى ا ب ج والمستوى م ب ج .

【 انتهت الأسئلة 】

الدور الأول - المرحلة الثانية	جمهورية مصر العربية وزارة التربية والتعليم امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ م ٤٠ ث.ع نموذج إجابة [الجبر والهندسة الفراغية (رياضيات (٢)]	الدرجة العظمى (١٥)
عدد الصفحات (٦)		الدرجة الصغرى (---)

الدرجة الكلية : (٣٠) درجة ثم تقسم على (٢) لتصبح الدرجة الفعلية (١٥) درجة

إجابة السؤال الأول : (ثمانى درجات) الفقرة (ﺃ) أربع درجات والفقرة (ب) أربع درجات

(ﺃ) $^{ن+٢}ل_{ر} = ٢ \times \frac{^{ن+٢}ل_{ر}}{\lfloor ر}$ (درجة) ⟵ $\lfloor ر = \lfloor ٢$ (نصف)

$\therefore$ ر = ٢ (نصف)

$\frac{^{ن}ق_{٣}}{^{ن}ق_{٢}} = \frac{٥}{٣}$ ⟵ $\frac{ن - ٣ + ١}{٣} = \frac{٥}{٣}$ (درجة) ⟵ ن = ٧ (نصف)

$^{١٤}ق_{٥} + {}^{١٠}ل_{١} = \frac{١٠ \times ١١ \times ١٢ \times ١٣ \times ١٤}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥} + ١٠ = ٢٠١٢$ (نصف)

(ب)

المقدار $= \frac{١}{٤ + ٢ω^٢ + ٣ω}$ (نصف) $+ \frac{١}{٥ + ٣ω + ٤ω^٢}$ (نصف)

$= \frac{١}{(٢ω^٢ + ٢ω + ٢) + (٢ + ω)}$ (نصف) $+ \frac{١}{(٣ω^٢ + ٣ω + ٣) + (٢ + ω^٢)}$ (نصف)

$= \frac{١}{٢ + ω} + \frac{١}{٢ + ω^٢} = \frac{٢ + ω^٢ + ٢ + ω}{(٢ + ω)(٢ + ω^٢)}$ (نصف)

$= \frac{٤ + (ω^٢ + ω)}{٤ + ٢(ω^٢ + ω) + ١}$ (نصف) $= \frac{٤ - ١}{٤ - ٢ + ١}$ (نصف) $= ١$ (نصف)

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الثانى : (ثمانى درجات) الفقرة (أ) أربع درجات والفقرة (ب) أربع درجات

(أ) $= \left(\frac{٣}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{ت} \right)^{٦}$ (نصف)

$= (\sqrt{٣})^{٦} \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢}\text{ت} \right)^{٦}$ (نصف)

$= ٢٧ \left(\text{حتا}\frac{\text{ط}}{٦} + \text{ت حا}\frac{\text{ط}}{٦} \right)^{٦}$ (نصف)

$= ٢٧ \left(\text{حتا ط} + \text{ت حا ط} \right)$ (نصف) ⟵ $= ٢٧\,\text{هـ}^{\text{ط ت}}$

حل آخر

$= \left(١ + ٢\text{حتا}^{٢}\frac{\text{ط}}{٦} - ١ + ٢\text{ت حا}\frac{\text{ط}}{٦}\,\text{حتا}\frac{\text{ط}}{٦} \right)^{٦}$

$= \left(٢\text{حتا}\frac{\text{ط}}{٦}\right)^{٦} \left(\text{حتا}\frac{\text{ط}}{٦} + \text{ت حا}\frac{\text{ط}}{٦} \right)^{٦}$ (درجة) (نصف)

$= ٢٧ \left(\text{حتا ط} + \text{ت حا ط} \right)$ (نصف)

$\sqrt[٣]{\text{ع}} = ٣\,\text{هـ}^{\left(\frac{\text{ط}+٢\text{ر ط}}{٣}\right)\text{ت}}$ حيث ر = ٠ ، ١ ، ٢ (درجة)

ر = ٠ ⟵ $\sqrt[٣]{\text{ع}} = ٣\,\text{هـ}^{\frac{\text{ط}}{٣}\text{ت}}$ (نصف) & ر = ١ ⟵ $\sqrt[٣]{\text{ع}} = ٣\,\text{هـ}^{\text{ط ت}}$

& ر = ٢ ⟵ $\sqrt[٣]{\text{ع}} = ٣\,\text{هـ}^{\frac{٥\text{ط}}{٣}\text{ت}}$ (نصف)

(ب)

$\text{ع}_{١} + \text{ع}_{٢} + \text{ع}_{٣}$ ⟵ $\begin{vmatrix} ٢\text{س}+٢ & ١ & ١ \\ ٢\text{س}+٢ & ٢\text{س} & ١ \\ ٢\text{س}+٢ & ١ & ٢\text{س} \end{vmatrix} = \text{صفر}$ (درجة)

⟵ $(٢\text{س}+٢) \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ٢\text{س} & ١ \\ ١ & ١ & ٢\text{س} \end{vmatrix} = \text{صفر}$ (نصف)

$\text{ع}_{٣} - \text{ع}_{١}$ ⟵ $٢(\text{س}+١) \begin{vmatrix} ١ & ١ & \text{صفر} \\ ١ & ٢\text{س} & \text{صفر} \\ ١ & ١ & ٢\text{س}-١ \end{vmatrix} = \text{صفر}$ (نصف)

$\text{ع}_{٢} - \text{ع}_{١}$ ⟵ $٢(\text{س}+١) \begin{vmatrix} ١ & \text{صفر} & \text{صفر} \\ ١ & ٢\text{س}-١ & \text{صفر} \\ ١ & \text{صفر} & ٢\text{س}-١ \end{vmatrix} = \text{صفر}$ (نصف)

$٢(\text{س}+١)(٢\text{س}-١)^{٢} = ٠$ (نصف) ∴ س = -١ (نصف) أو $\text{س} = \frac{١}{٢}$ (نصف)

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الثالث : (ثمانى درجات) الفقرة (أ) أربع درجات والفقرة (ب) أربع درجات

(أ) $ع_{ر+١} = {}^{٣ن}ق_ر \left(\frac{١}{٢س}\right)^{ر} \left(س^{٢}\right)^{٣ن-ر}$ **نصف** ⟵ $ع_{ر+١} = {}^{٣ن}ق_ر \; ٢^{-ر} \; س^{٦ن-٣ر}$ **نصف**

$٦ن - ٣ر = ٠$ **نصف** ⟵ $ر = ٢ن$ **نصف**

∴ الحد الخالى من س هو $ع_{٢ن+١}$

عندما $ن = ٤$ يكون الحد الخالى من س هو $ع_{٩}$ والحد الأوسط هو $ع_{٧}$ **نصف**

$\frac{ع_{٩}}{ع_{٧}} = \frac{ع_{٩}}{ع_{٨}} \times \frac{ع_{٨}}{ع_{٧}}$ **نصف** $= \frac{١٢-٨+١}{٨} \times \frac{١٢-٧+١}{٧} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$ **نصف**

$= \frac{٥}{٨} \times \frac{٦}{٧} \times \frac{١}{٤} = \frac{١٥}{١١٢}$ **نصف**

(ب) المعادلات هى :-

$٢س - ص = ١$ ، $٣ص - ٢ع = ١$ ، $-س + ٣ع = ٢$ **نصف**

$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & -١ & ٠ \\ ٠ & ٣ & -٢ \\ -١ & ٠ & ٣ \end{vmatrix} = ١٦$ **نصف** & $\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ١ & -١ & ٠ \\ ١ & ٣ & -٢ \\ ٢ & ٠ & ٣ \end{vmatrix} = ١٦$ **نصف**

$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٠ \\ ٠ & ١ & -٢ \\ -١ & ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ١٦$ **نصف** & $\Delta_{ع} = \begin{vmatrix} ٢ & -١ & ١ \\ ٠ & ٣ & ١ \\ -١ & ٠ & ٢ \end{vmatrix} = ١٦$ **نصف**

$س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{١٦}{١٦} = ١$ **نصف** & $ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{١٦}{١٦} = ١$ **نصف**

$ع = \frac{\Delta_{ع}}{\Delta} = \frac{١٦}{١٦} = ١$ **نصف**

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الرابع : (سبع درجات) الفقرة (أ) أربع درجات والفقرة (ب) ثلاث درجات

(أ)

رقم الجزئية	الإجابة الصحيحة	درجة الجزئية
١	موازيا الآخر	درجة
٢	عموديا على ذلك المستوى	درجة
٣	متناسبة	درجة
٤	٣ $\sqrt{٢}$	درجة

(ب)

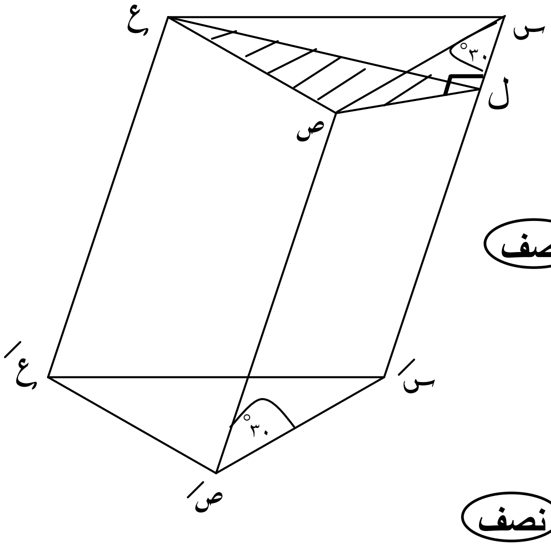
∵ $\overline{سس'}$ ⊥ المستوى ل ص ع

∴ $\overline{سس'}$ ⊥ $\overline{صع}$ **نصف**

∵ $\overline{سس'}$ // $\overline{صص'}$

∴ $\overline{صص'}$ ⊥ $\overline{صع}$ **نصف** .... (١)

، ∵ الوجه ص ص' ع' ع متوازى أضلاع من خواص المنشور .... (٢)



من (١) ، (٢) ∴ الوجه ص ص' ع' ع مستطيل **نصف**

فى متوازى الأضلاع س س' ص' ص

∵ ق(∠ ص ص' س') = ٣٠° ⟵ ق(∠ س س' ص) = ٣٠° **نصف**

∵ $\overline{سس'}$ ⊥ المستوى ل ص ع

∴ $\overline{لص}$ هى مسقط $\overline{سص}$ على المستوى ل ص ع

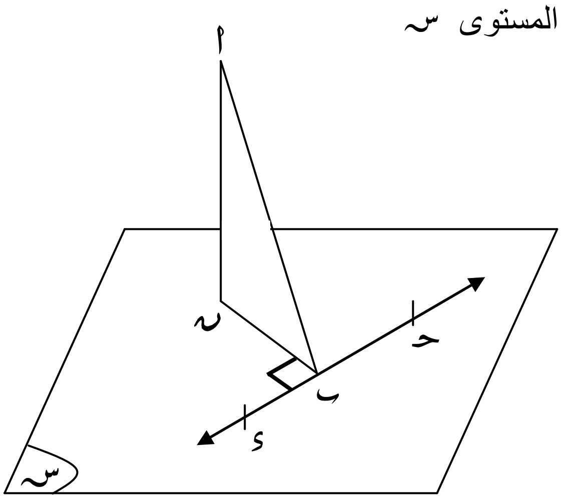
∴ ∠ س ص ل هى زاوية ميل $\overline{سص}$ على المستوى ل ص ع **نصف**

∴ ق (∠ س ص ل) = ٦٠° **نصف**

(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال الخامس : (سبع درجات) الفقرة (أ) أربع درجات والفقرة (ب) ثلاث درجات

(أ)



∵ $\overleftrightarrow{\text{أه}} \perp$ المستوى س ⟵ $\overleftrightarrow{\text{أه}} \perp$ كل مستقيم فى المستوى س

∴ $\overleftrightarrow{\text{أه}} \perp \overleftrightarrow{\text{حـء}}$ (درجة)

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{هب}} \perp \overleftrightarrow{\text{حـء}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{حـء}} \perp$ كل من $\overleftrightarrow{\text{أه}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هب}}$ (درجة)

∴ $\overleftrightarrow{\text{حـء}} \perp$ المستوى أهب (درجة)

∴ $\overleftrightarrow{\text{حـء}} \perp$ أى مستقيم فى المستوى أهب

∴ $\overleftrightarrow{\text{حـء}} \perp \overleftrightarrow{\text{أب}}$ (درجة)

(ب) ∵ $\overline{\text{أء}} \cap \overline{\text{بحـ}} = \{\text{م}\}$

∴ النقط أ ، ب ، حـ ، ء تقع فى مستو واحد (نصف)

ويقطع المستوى س فى $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ والمستوى ص فى $\overleftrightarrow{\text{حـء}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{حـء}}$ (نصف) .... (١)

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{بحـ}} \parallel \overleftrightarrow{\text{هء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{بحـ}} \cap \overleftrightarrow{\text{هء}} = \emptyset$

∴ $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هء}}$ يعينان المستوى بحـءه

القاطع للمستويين المتوازيين س ، ص فى $\overleftrightarrow{\text{به}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـء}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{به}} \parallel \overleftrightarrow{\text{حـء}}$ (نصف) ...... (٢)

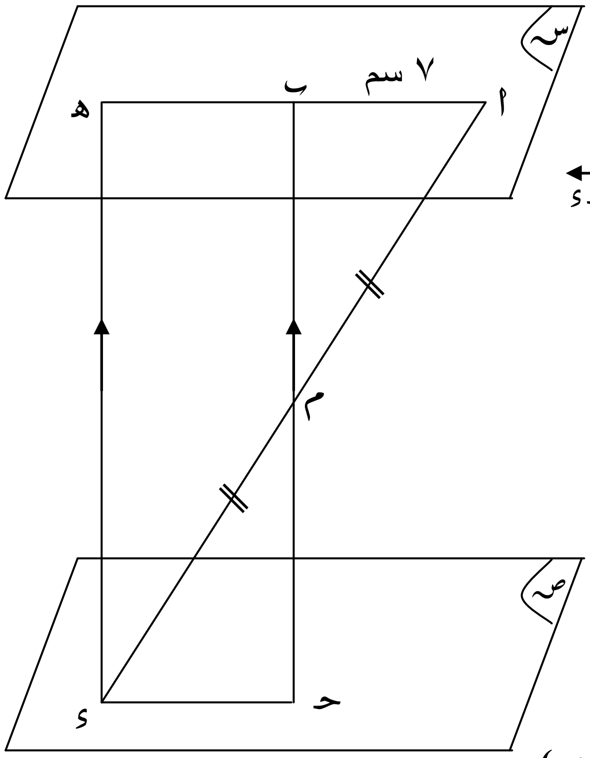
من (١) ، (٢) ∴ $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{به}}$ (نصف)

∴ أ ، ب ، ه على استقامة واحدة (نصف)

، ∵ أم = مء ، $\overleftrightarrow{\text{مب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{ءه}}$

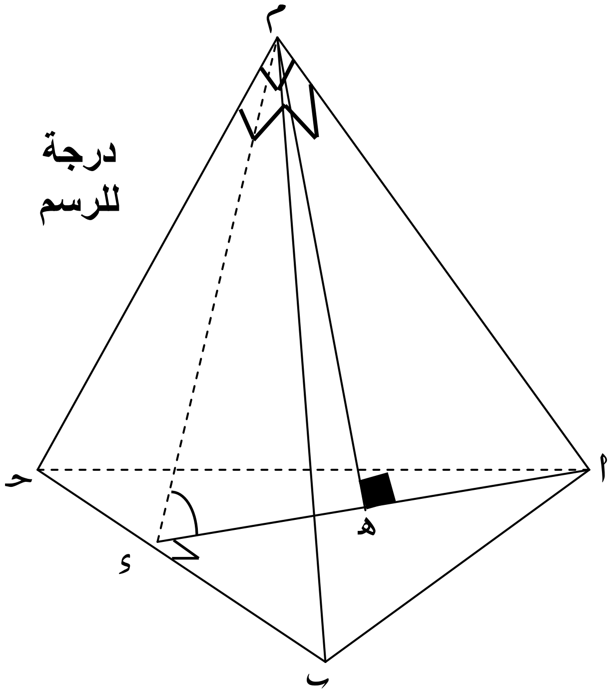
∴ ب منتصف $\overline{\text{أه}}$

∴ به = أب = ٧ سم (نصف)



(تراعى الحلول الأخرى)

إجابة السؤال السادس : (سبع درجات)



∵ $\overline{\text{مأ}}$ ⊥ كل من $\overline{\text{مب}}$ ، $\overline{\text{مح}}$

∴ $\overline{\text{مأ}}$ ⊥ المستوى م ب ح (**نصف**)

، $\overline{\text{مء}}$ هى مسقط $\overline{\text{أء}}$ على المستوى م ب ح (**نصف**)

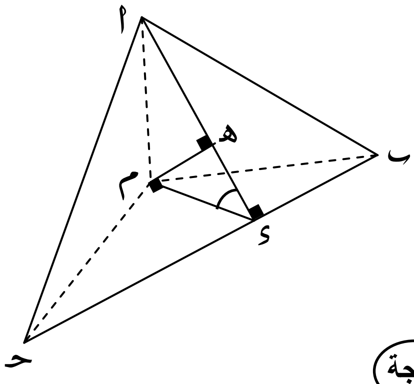
، ∵ $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{بح}}$

∴ $\overline{\text{مء}}$ ⊥ $\overline{\text{بح}}$ (**نصف**)

∴ $(\text{مء})^2 = \text{ءب} \times \text{ءح}$ (**نصف**) (من إقليدس) (١)

، ∵ $\overline{\text{مهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أء}}$ ، $\overline{\text{أم}}$ ⊥ $\overline{\text{مء}}$

∴ $(\text{مء})^2 = \text{ءهـ} \times \text{ءأ}$ (**نصف**) (٢)



من (١) ، (٢) ∴ $\text{ءب} \times \text{ءح} = \text{ءهـ} \times \text{ءأ}$ (**نصف**)

∴ $\frac{\text{ءب}}{\text{ءهـ}} = \frac{\text{ءأ}}{\text{ءح}}$ (**نصف**)

∵ $\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{بح}}$ ، $\overline{\text{مء}}$ ⊥ $\overline{\text{بح}}$

∴ ∠ أءم هى الزاوية المستوية للزاوية الزوجية (أ - $\overleftrightarrow{\text{بح}}$ - م) (**درجة**)

∴ ظا (∠ أءم) $= \frac{\text{أم}}{\text{مء}}$ (**نصف**) $= \frac{\text{أم}}{\text{مب جا } ٤٥^\circ}$ (**نصف**) $= \sqrt{٣}$ (**نصف**)

(تراعى الحلول الأخرى)

(انتهى نموذج الإجابة)

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١

[المرحلة الثانية – الدور الأول]

مع تحيات أ/ علي الدين

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات (٢)] الزمن : ساعتان

(تنبيه مهم : الإجابات المتكررة عن أسئلة الاختيار من متعدد والصواب والخطأ لن تقدر وتم تقدير الإجابة الأولى فقط)

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة [الأسئلة في صفحتين]

أولا : الجبر

ملحوظة : $\{1 \text{ ، } \omega \text{ ، } \omega^2\}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $\text{ت}^2 = -1$

أجب عن سؤالين **فقط مما يأتى** :

السؤال الأول : (ثمانى درجات)

(أ) إذا كان $\,^{20}\text{ق}_{\text{ر}} = \,^{20}\text{ق}_{\text{ر}+4}$ ، $\,^{\text{ن}}\text{ل}_{\text{ر}-5} = 720$

فأوجد قيمة كل من ن ، ر

(ب) إذا كان $(\text{س} + \text{ت ص})(1 - 2\text{ت}) = 37\left(\dfrac{1}{3 - 4\omega^2} + \dfrac{1}{7 + 4\omega^2}\right)$

فأوجد قيمة كل من س ، ص حيث س ، ص عددان حقيقيان .

السؤال الثانى : (ثمانى درجات)

(أ) إذا كانت مجموعة حل المعادلات :

$\text{س} + \text{ص} + \text{ع} = \text{أ}$ ، $\text{س} - 2\text{ص} + \text{ع} = 6$ ، $3\text{س} + 2\text{ص} + \text{ع} = 3$

هى $\{(\text{أ} \text{ ، } \text{ب} \text{ ، } \text{جـ})\}$ فأوجد باستخدام طريقة كرامر قيمة كل من أ ، ب ، جـ .

(ب) فى مفكوك $\left(2 + \dfrac{\text{س}}{2}\right)^9$

١) أوجد قيمة س التى تجعل الحدين الأوسطين متساويين .

٢) بدون إيجاد المفكوك أوجد قيمة أكبر معامل فيه .

السؤال الثالث : (ثمانى درجات)

(أ) إذا كان $\text{ع} = \dfrac{8(\sqrt{3} + \text{ت})}{\sqrt{3} - \text{ت}}$

فأوجد الجذور التكعيبية للعدد المركب ع فى الصورة الأسية .

(ب) بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{س} & \text{س}^2 & \text{س}^3 \\ \text{ص} & \text{ص}^2 & \text{ص}^3 \\ \text{ع} & \text{ع}^2 & \text{ع}^3 \end{vmatrix} = \text{س ص ع}\,(\text{س} - \text{ص})(\text{ص} - \text{ع})(\text{ع} - \text{س})$$

[بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية]

موقع طريق العلم
www.egyppl.com

السؤال الثالث : (سبع درجات)

(أ) إذا كانت د دالة حيث د (س) = س | س ـ ٢ | ، فعين فترات التزايد والتناقص للدالة د ثم احسب القيم العظمى المطلقة والقيم الصغرى المطلقة للدالة فى الفترة $[\frac{١}{٢} ، \frac{٥}{٢}]$.

(ب) أثبت أن مساحة المثلث المحصور بين المماس للمنحنى ص = $\frac{١}{\text{س}}$ حيث س > صفر عند أى نقطة عليه ومحورى الإحداثيات تساوى ٢ وحدة مربعة

السؤال الرابع : (سبع درجات)

(أ) إذا كان س = $\frac{\text{ن}}{١ + \text{ن}}$ ، ص = $\frac{\text{ن} + ١}{\text{ن}}$ ، أثبت أن : $\frac{\text{ء}^٢\text{ص}}{\text{ء س}^٢} = \frac{٢\ \text{ص}}{\text{س}^٢}$

(ب) قُطعت اسطوانة حجمها ع من كرة مصمتة طول نصف قطرها نق .
أثبت أن أكبر حجم لهذه الأسطوانة هو $\frac{٤\ \text{ط نق}^٣}{٣\sqrt{٣}}$

السؤال الخامس : (سبع درجات)

(أ) إذا كان د (س) = $\begin{cases} \frac{٢\ \text{س}}{\text{طا س}} & \text{عندما س} < \text{صفر} \\ \text{حتا } ٢\ \text{س} + ١ & \text{عندما س} > \text{صفر} \end{cases}$

فأبحث وجود : $\lim_{\text{س} \to \text{صفر}}$ د (س)

(ب) إذا تغيرت أطوال أضلاع مثلث قائم مع بقاء المحيط ثابتًا عند ٤٠ سم وكان معدل تغير طول الوتر هو ٧ سم / دقيقة عندما كانت أطوال الأضلاع ٨ سم ، ١٥ سم ، ١٧ سم فأوجد معدل تغير كل من الضلعين الآخرين عند هذه اللحظة .

[انتهت الأسئلة]

الصف الثالث

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ م
[المرحلة الثانية – الدور الثانى]

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات (٢)] **الزمن : ساعتان**

(تنبيه مهم : الإجابات المتكررة عن أسئلة الاختيار من متعدد والصواب والخطأ لن تقدر ويتم تقدير الإجابة الأولى فقط)

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة **[الأسئلة فى صفحتين]**

أولا : الجـبـر

ملحوظة : { ١ ، ω ، ω^{2} } هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $ت^{2} = -1$

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

السؤال الأول : (ثمان درجات)

(أ) إذا علم أن $^{ن}ق_{ر} : {}^{ن}ق_{ر+2} : {}^{ن}ق_{ر+4} = 3 : 14 : 14$

فأوجد قيمة $^{ن}ل_{ر}$.

موقع طريق العلم
www.egyppl.com

(ب) حل المعادلة الآتية فى ك :

$(3س - 2)^{6} - 9(3س - 2)^{3} + 8 = صفر$

السؤال الثانى : (ثمان درجات)

(أ) أوجد قيمة ك التى تجعل للمعادلات الآتية حلا وحيدًا :

س + ص + ع = ٦ ، س + ٢ ص + ٣ ع = ١٤ ، ٣س + ٤ ص + ك ع = ١٤

ثم استخدم طريقة كرامر لحل هذه المعادلات فى حالة ك = ١

(ب) فى مفكوك $(1 + س)^{ن}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان :

$ع_{4} = \frac{25}{3} ع_{2}$ ، $ع_{5} = ع_{6}$. أوجد قيمة كل من ن ، س .

السؤال الثالث : (ثمان درجات)

(أ) إذا كان ع + ٢ = ت (ع − ٢) فأوجد العدد المركب ع فى الصورة المثلثية

ثم أوجد الجذرين التربيعيين للعدد ع فى الصورة الأسية .

(ب) بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ص + ع & س & س \\ ص & ع + س & ص \\ ع & ع & س + ص \end{vmatrix} = 4\, س\, ص\, ع$$

[بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية]

ثانيا : الهندسة الفراغية

موقع طريق العلم
www.egyppl.com

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

السؤال الرابع : (سبع درجات)

(أ) أكمل العبارات الآتية :

(١) المستقيمان الموازيان لثالث فى الفراغ ....

(٢) طول قطر متوازى المستطيلات الذى أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ١٢ سم يساوى .... سم .

(٣) الهرم القائم هو ....

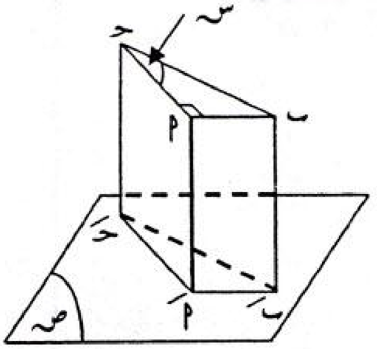
(٤) جميع الزوايا المستوية لزاوية زوجية تكون ....

(ب) م أ ب حـ هرم ثلاثى . أخذت النقط س ، ص ، ع على الأحرف $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م حـ}}$ على الترتيب بحيث كان : $\frac{\text{م س}}{\text{س أ}} = \frac{\text{م ص}}{\text{ص ب}} = \frac{\text{م ع}}{\text{ع حـ}} = \frac{1}{3}$

أثبت أن المستوى س ص ع يوازى المستوى أ ب حـ . وإذا فرضت النقطة ن ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ ورسمت $\overline{\text{م ن}}$ فقطعت $\overline{\text{ص ع}}$ فى ل فأثبت أن أ ن = ٤ س ل .

السؤال الخامس : (سبع درجات)

(أ) أثبت أن أقطار المكعب متساوية فى الطول وطول كل منها ل $\sqrt{3}$ حيث ل هو طول حرف المكعب .



(ب) **فى الشكل المقابل :** س ، ص مستويان غير متوازيين ، أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ مرسوم فى المستوى س أَ ، بَ ، حَ هى مساقط رؤوسه على المستوى ص على الترتيب . فإذا كان $\overline{\text{أ ب}}$ // المستوى ص فأثبت أن المثلث أَ بَ حَ قائم الزاوية فى أَ .

السؤال السادس : (سبع درجات)

م أ ب حـ ء هرم قائم قاعدته أ ب حـ ء مربع طول ضلعه يساوى الارتفاع الجانبى للهرم .

(أولا) أثبت أن المستوى م أ حـ عمودى على المستوى أ ب حـ ء .

(ثانيا) إذا كان (ى) هو قياس زاوية ميل $\overline{\text{م أ}}$ على مستوى القاعدة أ ب حـ ء فأوجد حتا ى .

(ثالثا) أوجد قياس الزاوية بين المستويين م أ ب ، م حـ ء .

[انتهت الأسئلة]

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ م
المرحلة الثانية / الدور الثانى

الجبر والهندسة الفراغية 【 رياضيات (٢) 】 **الزمن : ساعتان**

(تنبيه مهم : الإجابات المكررة عن أسئلة الاختيار من متعدد والصواب والخطأ لن تقدر ويتم تقدير الإجابة الأولى فقط)

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة (الدرجة الفعلية = مجموع الدرجات ÷ ٢) 【 **الأسئلة فى صفحتين** 】

أولا : الجبر

ملحوظة : $\{1 ، \omega ، \omega^2\}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $\text{ت}^2 = -1$

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

السؤال الأول : (ثمانى درجات)

(ا) إذا كان $^{15}\text{ق}_{\text{ر}3} = {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}+3}$ ، $^{\text{ن}+2}\text{ق}_8 : {}^{\text{ن}-2}\text{ل}_4 = 3 : 40$

فأوجد قيمة : $^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}+1} : {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}}$

(ب) **أوجد** قيمة المقدار : $\left(\dfrac{1+\text{ت}}{1+2\omega}\right)^4 + \left(\dfrac{1-\text{ت}}{1+2\omega^2}\right)^4$

السؤال الثانى : (ثمانى درجات)

(ا) إذا كان $\text{ع}_1 = \left(\text{حا}\,\dfrac{\text{ط}}{9} + \text{ت حتا}\,\dfrac{\text{ط}}{9}\right)^5$ ، $\text{ع}_2 = \left(\text{حتا}\,\dfrac{\text{ط}}{9} + \text{ت حا}\,\dfrac{\text{ط}}{9}\right)^4$

وكان العدد المركب $\text{ع} = \dfrac{\text{ع}_1}{\text{ع}_2}$

فأوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب ع على الصورة الأسية .

(ب) باستخدام طريقة كرامر حل المعادلات الآتية :

س ـ ص + ٢ع = ـ ١ ، س + ص = ١ ، ص ـ ٢ع = ٢

السؤال الثالث : (ثمانى درجات)

(ا) **أوجد** رتبة وقيمة الحد الخالى من س فى مفكوك $\left(\text{س}^3 - \dfrac{1}{\text{س}}\right)^8$ حسب قوى س التنازلية

ثم **أوجد** النسبة بين الحد الأوسط فى هذا المفكوك والحد الذى يليه عندما س = ٢

(ب) بدون فك المحدد **أثبت أن** :

$$\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & \text{س}+\text{ص} \\ \text{ص}+3 & 3 & \text{ص} \\ 3 & \text{س}+3 & \text{س} \end{vmatrix} = 12\,\text{س ص}$$

【 بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية 】

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

السؤال الرابع : (سبع درجات)

(ا) أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :

(١) إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيما فى المستوى فإنه ....

(٢) إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستقيمين مستويين معا وغير متوازيين فإنه يكون ....

(٣) إذا رسم مستقيم مائل على مستوى وكان عموديا على مستقيم فى المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون ....

(٤) إذا كان ارتفاع هرم ثلاثى منتظم يساوى $\sqrt{6}$ سم فإن مجموع أطوال أحرفه يساوى ...... سم .

(ب) المثلث جاب ، المثلث داب قائما الزاوية عند ا وفى مستويين مختلفين . فإذا كانت س ، ص ، ن ، م منتصفات $\overline{\text{جا}}$ ، $\overline{\text{جب}}$ ، $\overline{\text{دب}}$ ، $\overline{\text{دا}}$ على الترتيب **فأثبت أن** :

(أولا) : $\overleftrightarrow{\text{من}}$ ⊥ المستوى جاب . **(ثانيا) :** الشكل سصنم مستطيل .

السؤال الخامس : (سبع درجات)

(ا) **أثبت أنه** " إذا كان مستقيم عموديا على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عموديا على ذلك المستوى " .

(ب) المثلث ابج فيه اج = ١٠ سم ، ق (آ باج) = ٦٠° . رسمت $\overline{\text{جد}}$ عمودية على المستوى ابج بحيث جد = ٥ سم ثم رسمت $\overline{\text{ده}}$ عمودية على $\overline{\text{اب}}$ حيث ه ∈ $\overline{\text{اب}}$. **احسب** طول $\overline{\text{ده}}$ **وأوجد** قياس زاوية ميلها على المستوى ابج .

السؤال السادس : (سبع درجات)

مابجد هرم رباعى قائم رأسه النقطة (م) والنقطة (ن) هى مركز قاعدته وطول ضلع قاعدة الهرم ١٣ سم والنقطة (و) منتصف $\overline{\text{اب}}$. فإذا كان ق (آم ـ $\overleftrightarrow{\text{اب}}$ ـ د) = هـ حيث حا هـ = $\dfrac{12}{13}$ **فأوجد :**

(أولا) : طول ارتفاع الهرم . **(ثانيا) :** المساحة الجانبية للهرم .

(ثالثا) : قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين ومن ، بمن .

【انتهت الأسئلة】

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ م
المرحلة الثانية / الدور الأول

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات (٢)] — **الزمـن : ساعتان**

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة . **[الأسئلة فى صفحتين]**

أولاً : الجـــبر

ملحوظة : ١ ، ω ، ω^2 هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $ت^2 = -١$

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

١ - (ا) إذا كان | + ⟨ ل ٤ = ٣٦٠ ، ٢ | + ⟨ = ٥٠٤٠

فأوجـد قيمـة : ⟨ ق ٢ |

(ب) أوجـد القيمة العددية للمقدار : $\left(\frac{١}{\omega^2 (\omega + ٣)} - \frac{١}{١ + ٣\omega^4} \right)^2$

٢ - (ا) باستخدام طريقة كرامر حل المعادلات الآتية :

3 | + ٢ ⟨ + | = ٣ ، | + ⟨ + | = 2 ، | - ٣ ⟨ + | = ٦

(ب) إذا كانت الحدود الثانى والثالث والرابع من مفكوك (| + ⟨)ف حسب قوى | التنازلية هى على الترتيب ٢٤٠ ، ٧٢٠ ، ١٠٨٠

فما قيمة كل من | ، ⟨ ، **ف** ؟

٣ - (ا) ضع العدد | = $\frac{٨}{١ - \sqrt{٣}\, ت}$ على الصورة المثلثية ثم **أوجـد** جذريه التربيعيين فى الصورة الأسية .

(ب) بدون فك المحددات **أثبت أن :**

| + ⟨ | | | ... | = ٢ | ⟨ | ٠ | ... |

| ⟨ | + | ⟨ | ... | | ٠ | | ⟨ |

| | + ⟨ | ... | | ع | ٠ | |

[بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية]

ثانياً : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

٤ - (ا) أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :

(١) إذا قطع مستو مستويين متوازيين فخطا تقاطعه معهما يكونان ....

(٢) إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه على المستوى عموديا على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل ....

(٣) المستقيم العمودى على كل من مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون ....

(٤) إذا كان حجم مكعب يساوى ١٢٥ سم٣ فإن طول قطره يساوى ....

(ب) ز ، ض مستويان متقاطعان فى $\overleftrightarrow{اب}$ ومن نقطة **ج** لا تنتمى لأى من المستويين رسم $\overleftarrow{جد}$ عمودياً على المستوى **ز** ليقطعه فى **د** ، $\overleftarrow{جه}$ عمودياً على المستوى **ض** ليقطعه فى **ه** **أثبت أن :** $\overleftrightarrow{اب} \perp \overline{ده}$

٥ - (ا) أثبت أنه " إذا وازى مستقيم مستوياً فإنه يوازى جميع المستقيمات التى تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التى تحتوى ذلك المستقيم "

(ب) ابج د هـرم ثلاثـى رسم المستوى **ز** يوازى **اج** ، $\overleftrightarrow{بد}$ فقطـع $\overline{اب}$ ، $\overline{بج}$ ، $\overline{جد}$ ، $\overline{دا}$ فى **ه ، و ، ع ، ل** على الترتيب

أثبت أن : $\frac{هو}{اج} + \frac{هل}{بد} = ١$

٦ - ابج د مربع طول ضلعه ٨ سم تقاطع قطراه فى **م** ، رسمت $\overline{مم}$ عمودية على مستوى المربع بحيث كان **ام** = ٤ $\sqrt{٢}$ سم .

(أولاً) أوجـد ق (آ ا - ب د - م)

(ثانياً) أوجـد ظل زاويـة ميل $\overline{مج}$ على المستوى **ابج د** .

(ثالثاً) أثبت أن المستوى **م اج عمودى على** المستوى **م ب د** .

[انتـهت الأسئـلة]

٣
ω

[٧٥] ث.ع / ثان / ع

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ م
المرحلة الثانية / الدور الثانى

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات (٢)]   **الزمـن : ساعتان**

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة   **[الأسئلة فى صفحتين]**

أولاً : الجـــبر

ملحوظة : ١ ، ω ، ω² هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، ت² = – ١

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

١ -(ا) إذا كان ١٤ق ر = ١٤ق ٣ر+٢ ، ن ل ٧ = ٧٢٠ **فأوجـد قيمة** | ن – ٢ر

(ب) أوجـد فى أبسط صورة قيمة المقدار :
(١ – ٣/ω² + ω²) (١ + ω⁴ – ٢/ω)

٢ -(ا) حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر:
٢ | + ⟨ + ٣ | = – ٢ ، ٣ | – ٢⟨ – ٢ | = ٧ ، | – ⟨ + | = ١

(ب) فى مفكوك (٢| + ٣/٢|)^ف حسب قوى | التنازلية كان الحدان التاسع والعاشر متساويين والنسبة بين الحد السادس والحد السابع كنسبة ٨ : ١٥ **فأوجـد** قيمة **ف** **وأثبت أنه** لا يوجد حد خال من | فى هذا المفكوك .

٣ -(ا) ضع العدد | = ٨ / (١ + √٣ ت) على الصورة المثلثية ثم **أوجـد** جذريه التربيعيين على الصورة الأسية .

(ب) أوجـد بدون فك قيمة المحدد :
١	⟨
١ +	٢	⟨
⟨	⟨ ١ + ⟨	٢

[بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية]

تابع [٧٥] ث.ع / ثان / ع   [٢]

ثانياً : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

٤- (ا) أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :

(١) إذا وازى مستقيم كلاً من مستويين متقاطعين فإنه ....

(٢) المستقيمان العموديان على مستو واحد ....

(٣) إذا تعامد مستويان فكل مستقيم فى أحدهما عمودى على خط التقاطع يكون ....

(٤) إذا كانت مساحة سطح المكعب ١٥٠ سم² فإن طول قطره يساوى ....

(ب) دابج هـرم ثلاثى فيه **دا!** عمودية على كل من **اب!** ، **اج!** رسمت **اه!** M **بج!** حيث ه ت **بج!** **أثبت أن** **بج!** M **المستوى داه**

٥- (ا) أثبت أن " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان عموديا على مستقيم فى المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون عمودياً على هذا المستقيم ".

(ب) ا ، ب ، ج ، د أربع نقط ليست فى مستوى واحد . رسم المستوى **ز** قاطعا **اب!** ، **اج!** ، **اد!** فى النقط | ، ⟨ ، **ع** على الترتيب بحيث كان

ا| / اب = ا⟨ / اج = اع / اد = ١/٤ **أثبت أن** المستوى **ز** // المستوى **بج د**

وإذا كان **بج = ١٢** سم ، **جد = ١٦** سم ، **بد = ٢٠ سم**
فأوجـد مساحة سطح المثلث | ⟨ ع .

٦- م اب ج د هرم رباعى قائم قاعدته **اب ج د** بحيث **اب = ٦** √٢ سم ، طول حرفه الجانبى **= ١٢** سم **أوجـد :**

(أولاً) طول ارتفاع الهـرم .

(ثانياً) قياس زاويـة ميل **مب!** على مستوى القاعدة **اب ج د** .

(ثالثاً) ظل الزاوية بين المستويين **م اب** ، **اب ج د**

[انتـهت الأسـئـلـة]

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٠ م
المرحلة الثانية / الدور الأول

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات (٢)] الزمن : ساعتان

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة **(الأسئلة فى صفحتين)**

أولاً : الجبر

ملحوظة : ١ ، ω ، $\omega^٢$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $ت^٢ = -١$

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

١ – **(ا) أوجد** قيمة : $\left(١ - \frac{٥}{\omega^٢} + \omega^٢\right)\left(١ + \omega - \frac{٣}{\omega}\right)$

(ب) فى مفكوك $\left(س^٢ + \frac{١}{٨ س}\right)^{١٣}$ حسب قوى س التنازلية :

(أولاً) أثبت أنه لا يوجد حد يشتمل على س

(ثانياً) إذا كان الحدان الرابع والحادي عشر متساويين **فأوجد** قيمة س

٢ – **(ا) حل** المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س + ٣ ص = ٨ ، ٣ ص – ٢ع = ٦ ، س + ٣ع = ٢

(ب) إذا كانت ز مجموعة غير خالية عدد عناصرها ن ،

$غ_١$ = { { ا ، ب ، ج } : ا ، ب ، ج ∈ ز } ، $غ_٢$ = { (ا ، ب) : ا ، ب ∈ ز ، ا ≠ ب }

وكان عدد عناصر $غ_١$ = عدد عناصر $غ_٢$ **فأوجد** قيمة ن ،

وإذا كان $٤ \,ك\, \lfloor ٢ك - ١ = \frac{٣٢}{٩} \times \frac{{}^{١١}ق_٣ + {}^{١١}ق_٤}{{}^{١٢}ق_٣} + ٥ ن$ **فأوجد** قيمة ك

٣ – **(ا)** إذا كان $ع_١ = \sqrt{٢}\left(جتا \frac{ط}{٤} - ت\, جا \frac{ط}{٤}\right)$ ، $ع_٢ = ١ + ت$

فأوجد الصورة الأسية للعدد **ع** حيث $ع = \frac{ع_١^{\,٢}}{ع_٢}$

(ب) ضع م على الصورة المثلثية ومن ثم أوجد قيمته إذا علمت أن :

$$م = \begin{vmatrix} ٠ & ٤ & ٤ \\ ٣ & ٢ & ٤ \\ ١ & ٨ & ١١ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٠ & ٤ & ٤ \\ ٣ & ٥ & ٠ \\ ١ & ٤ & ٧ \end{vmatrix}- ٤ + \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ٧ & ٤ \\ ٠ & ٤ & ٧ \end{vmatrix}$$

[بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية]

ثانياً : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

٤ – **(ا) أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :**

١) المستقيمان الموازيان لثالث فى الفراغ ....

٢) قاعدتا المنشور متوازيتان و ....

٣) الزاوية بين قطعة مستقيمة ومستو هى الزاوية بين القطعة المستقيمة و ....

٤) إذا كان مجموع أطوال أحرف هرم ثلاثى منتظم يساوى ١٨ سم فإن مساحته السطحية الكلية تساوى ....

(ب) مابج هرم ثلاثى قاعدته المثلث ابج ، رسم مستوى يوازى قاعدة الهرم ويقطع ما، مب، مج فى د ، ه ، و .

فإذا كان محيط المثلث ابج = ٣ × محيط المثلث دهو **فأوجد** مد : دا

٥ – **(ا) أثبت أنه** " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه على المستوى عموديا على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عموديا على ذلك المستقيم " .

(ب) سصع مثلث فيه **سص = سع** = ١٠سم ، **صع** = ١٢سم . نصفت **صع** فى م ورسمت **سن** عمودية على مستوى المثلث بحيث كان **سن** = ٨ سم .

(أولاً) أثبت أن : نم ⊥ صع

(ثانياً) أوجـد : ق (∠ س – صع – ن)

٦ – ابجد مستطيل تقاطع قطراه فى م ، مه ⊥ مستوى المستطيل بحيث كان مه = $\frac{١}{٢}$ بج ، **س** منتصف اب ، **ص** منتصف جد

(أولاً) أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين هاب ، ابجد

(ثانياً) أوجد مع التعليل خط تقاطع المستويين هاب ، هجد

(ثالثاً) أثبت أن المستويين هاب ، هجد متعامدان

=٠=٠=٠=٠=٠=٠=

[انتهت الأسئلة]

٢٧ ث.ع / ثان

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٠ م
المرحلة الثانية / الدور الثانى

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات (٢)] **الزمن : ساعتان**

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة **(الأسئلة فى صفحتين)**

أولاً : الجبر

ملحوظة : ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ **هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، ت^{٢} = ـ ١**

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

١ ـ **(ا) حل** المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س ـ ص = ـ ٢ ، ٢ ص ـ ٣ع = ـ ١ ، س + ع = ٠

(ب) فى مفكوك $\left(س^{٣} + \frac{١}{س} \right)^{١٧}$ حسب قوى س التنازلية :

(أولاً) أثبت أنه لا يوجد حد خال من س

(ثانياً) إذا كان الحدان الأوسطان متساويين **فأوجد** قيمة س

٢ ـ **(ا) أوجد** قيمة : $\left(٢ ت^{٤} - \frac{٢ ت^{٢}}{\omega^{٢}} + ٣ \omega^{٢} \right)^{٢} + \left(\frac{٥}{\omega^{٣}} + ٦ \omega^{٤} + ٥ \omega^{٢} \right)^{٢}$

(ب) إذا كان ٤ × $^{ن + ١}ق_{ر + ١}$ = ٩ × $^{ن}ق_{ر}$ ، وكان $\underline{ن - ٣ \rfloor = ١٢٠}$

فأوجد قيمة $^{ن}ل_{ر}$: $^{ن}ق_{ر}$

٣ ـ **(ا) ضع** كلاً من العددين $ع_{١}$ = جتا $\frac{٤ط}{٣}$ ـ ت جا $\frac{٤ط}{٣}$ ، $ع_{٢}$ = $\sqrt{٣}$ ـ ت على الصورة المثلثية ، ثم **أوجد** المقياس والسعة الأساسية للعدد ع حيث ع = $ع_{١}ع_{٢}$

(ب) بدون فك **أوجد** قيمة :

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٦ \\ ٨ & -٤ & ١٢ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -٢ & ١ & -٣ \\ ١٢ & ٢٠ & ٢٤ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix}$$

[بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية]

ثانياً : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

٤ـ **(ا) أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :**

(١) إذا تعامد مستويان ورسم فى أحدهما مستقيم عمودى على خط التقاطع كان هذا المستقيم ....

(٢) جميع المستقيمات الرأسية ....

(٣) إذا كان المستقيمان $ل_{١}$ ، $ل_{٢}$ متخالفين فإن $ل_{١}$ث $ل_{٢}$ = ...

(٤) أقل عدد من المستويات تحدد مجسماً يساوى ....

(ب) إذا كانت مساحات أسطح ثلاثة أوجه متلاقية فى نقطة فى متوازى مستطيلات تساوى ٢ ، ٣ ، ٦ سم^{٢} **فأوجد** مربع طول قطرمتوازى المستطيلات .

٥ـ **(ا) أثبت** أنه " إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازى جميع المستقيمات التى تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التى تحتوى ذلك المستقيم ".

(ب) ز ، ض ، ع ثلاث مستويات متوازية ، المستقيم ل يقطعها فى النقط ا ، ب ، ج على الترتيب ، والمستقيم م يقطعها فى النقط د ، ه ، و على الترتيب . وكان ل ، م يقعان فى مستو واحد ، فإذا كان ٤ده = ٣هو ، اد = ٤ سم ، جو = ١١ سم **فاحسب** طول به! .

٦ـ مابجد هرم رباعى قائم قاعدته المربع ابجد وكان اج! **ث** بد! = {ن} ، طول ضلع المربع = طول الحرف الجانبى للهرم = ٨ $\sqrt{٢}$ سم . **أوجد :**

(أولاً) ارتفاع الهرم مابجد

(ثانياً) قياس زاوية ميل ما! على مستوى القاعدة ابجد

(ثالثاً) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ماب ، ابجد

=٠=٠=٠=٠=٠=٠=

[انتهت الأسئلة]

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٩
[المرحلة الثانية / الدور الأول]

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات ٢]   **الزمن : ساعتان**

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة   **(الأسئلة فى صفحتين)**

أولا : الجـــبر

ملحوظة : ١ ، ω ، ω^2 هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $ت^2$ = ــ ١

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

١ ـ (ا) إذا كان $^{ن}ل_V$ = ٧٢٠ $^{ن}ق_V$ فأوجد قيمة ر وأقل قيمة للعدد ن تجعل العلاقة صحيحة ثم اوجد قيمة $^{١٢}R_{٢}$ V

(ب) استخدم طريقة كرامر فى حل المعادلات الآتية :
س +٢ص+ ع = ٠ ، ٢س + ص + ع = ٣ ، س + ص + ٢ ع = ٥

٢ ـ (ا) اثبت أن : $\left(\frac{١}{١ + \omega ت} - \frac{ت + \omega}{١ + \omega^2 ت} \right)^{*}$ = ١٦

(ب) فى مفكوك (س² + ١/س)%! حسب قوى س التصاعدية أوجـد :

(i) قيمة الحد الخالى من س .
(ii) قيمة س التى تجعل الحدين الأوسطين متساويين .

٣ ـ (ا) إذا كانت ع = $\left(\frac{١ + ت}{١ - ت} \right)$% ضع العدد ع على الصورة المثلثية ثم أوجد الجذرين التربيعيين للعدد ع .

(ب) بدون فك المحدد حل المعادلة :
$$\begin{vmatrix} س & س & ١ \\ س & ١ & س \\ ١ & س & س \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

(بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية)

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

٤ ـ (ا) أكمل مايأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :

١) الزاوية بين مستقيم ومستوى هى ....
٢) إذا كان مستقيم عموديا على مستوى فإنه يكون ....
٣) النسبة بين طول قطر وجه المكعب و طول قطر المكعب تساوى ....
٤) الهرم المنتظم الذى طول حرفه ٦ سم يكون طول ارتفاعه ....

(ب) ا ب جـ ء شكل رباعى أضلاعه ليست فى مستوى واحد ، فيه كل من الزاويتين ا ب جـ ، ا ب ء قائمتان ، فإذا كانت س ، ص ، ع ، ل منتصفات ا جـ ، ب جـ ، ب ء ، ا ء على الترتيب أثبت أن س ص ع ل مستطيل .

٥ ـ (ا) أثبت أنه إذا رسم مستقيم مائل على مستوى وكان عموديا على مستقيم فى المستوى فإن مسقطه يكون عموديا على هذا المستقيم .

(ب) ا ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ا ، رسم ا م ⊥ المستوى ا ب جـ وكان ا م = ٣.٦ سم ورسم م هـ ⊥ ب جـ ويقطعها فى هـ فإذا كان ا ب = ٦ سم ، ا جـ = ٨ سم فاحسب طول م هـ .

٦ ـ م س ص ع ل هرم رباعى قائم رأسه م ، (و) منتصف س ص ، طول ضلع قاعدته ١٢ سم ، ق (آ م ـ س ص ـ ل) = هـ حيث إ هـ = ٤/٥ ، س ع ∩ ص ل = { ن }

أولا : احسب ارتفاع الهرم .
ثانيا : اوجد مساحة الوجه الجانبى م س ص
ثالثا : اوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين م ن و ، م ن ص

======

انتهت الأسئلة

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٩
[المرحلة الثانية / الدور الثانى]

الجبر والهندسة الفراغية [رياضيات (٢)] الزمن : ساعتان

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة (الأسئلة فى صفحتين)

أولاً : الجبر

ملحوظة : ١ ، ω ، $ω^2$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $ت^2 = -١$

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

١− (ا) إذا كان $^{ن+١}ل_{ر+١} = ٧ \times {}^{ن}ل_{ر}$ ، $٤ \times {}^{ن}ق_{ر} = ٣ \times {}^{ن}ق_{ر-١}$

فأوجد قيمة $\lfloor ن - ر - ٢$

(ب) حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س + ص − ٣ ع = ٢ ، س − ص − ع = ٠ ، س − ٣ ص + ٤ ع = ١

٢− (ا) فى مفكوك $\left(س - \frac{١}{س^2}\right)^٩$ أوجد :

(i) قيمة الحد الخالى من س .

(ii) قيمة س التى تجعل مجموع الحدين الأوسطين فى المفكوك مساويا الصفر .

(ب) إذا كان $ع_١ = ١ + \sqrt{٣}$ ت ، $ع_٢ = جتا \frac{ط}{٦} - ت جا \frac{ط}{٦}$ فأوجد العدد $\frac{ع_١}{ع_٢}$

على الصورة الأسية .

٣− (ا) أوجد قيمة : $\left(٥ - \frac{٥}{١ + ω^2} + \frac{٧}{ω^2} \right)^٣$

(ب) بدون فك أوجد قيمة ك التى تجعل س أحد عوامل المحدد :

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٢ & ك \\ س + ٣ & ك - ٢ & س \\ ٢ & س + ١ & س + ك \end{vmatrix}$$

(بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية)

ثانياً : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

٤− (ا) **أكمل ما يأتى بحيث تكون العبارة صحيحة :**

(١) المستقيمان الموازيان لثالث فى الفراغ ....

(٢) إذا اشترك مستويان فى ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة فإنهما ....

(٣) إذا قطع مستقيم أحد مستويين متوازيين فإنه ....

(٤) مابجد هرم رباعى قائم طول حرفه الجانبى = ٥ سم ، مساحة سطح قاعدته ابجد = ٩ $سم^2$ فإن محيط إماب يساوى ....

(ب) $\overline{اب}$ قطر فى دائرة ، ج ت $\frown{اب}$ ، رسم اد# ’ مستوى الدائرة . أثبت أن : $\overline{بج}$ ’ جد

٥− (ا) أثبت أنه " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه على المستوى عموديا على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل عموديا على ذلك المستقيم " .

(ب) ابجد هرم ثلاثى فيه $\overline{اب}$ ’ المستوى بجد ، فإذا كانت س ، ص ، م ، ن منتصفات $\overline{اج}$ ، $\overline{بج}$ ، $\overline{اد}$ ، $\overline{بد}$ على الترتيب فأثبت أن :

(i) $\overline{س ص}$ // المستوى اب د

(ii) الشكل س ص ن م مستطيل .

٦− ابج اَ بَ جَ منشور ثلاثى قائم قاعدته ابج مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم ، د منتصف $\overline{بج}$ ، $\overline{اا َ} = ٦\sqrt{٣}$ سم .

(i) أوجد قياس زاوية ميل اَ د على المستوى ابج

(ii) عين خط تقاطع المستويين اَ اج ، بَ بج ثم أوجد قياس الزاوية الزوجية بينهما .

=========

(انتهت الأسئلة)

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة { نظام حديث } لعام ٢٠١٤ م
{ الدور الأول }

الرياضيات البحتة { الجبر والهندسة الفراغية }　　　　　　　　الـزمـن : ساعتان

ملحوظة : ١- يسمح باستخدام الآلة الحاسبة　　　　　　　　**{ الأسئلة فى صفحتين }**
٢- { ١ ، ω ، ω^2 } هى مجموعة الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $ت^2 = -1$

أولاً : الجـــبر

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (٦ درجات)

(أ) أكمل العبارات الآتية :

١- مجموعة حل المعادلة : $|س - ١| = ١$ هى ....

٢- إذا كان عدد حدود مفكوك $(س + ص)^{٢ن - ١}$ يساوى ١٢ حداً فإن قيمة ن = ...

٣- عند حل المعادلتين : $أ_١ س + ب_١ ص = حـ_١$ ، $أ_٢ س + ب_٢ ص = حـ_٢$ ، إذا كان :

$$س = \frac{-٧}{\begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & -٢ \end{vmatrix}} \quad ، \quad ص = \frac{-٢١}{\begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & -٢ \end{vmatrix}}$$

فإن $حـ_١$ = ... ، $حـ_٢$ = ...

(ب) إذا كان $\underline{|ن}$ = ٧٢٠ ، $^{ن+١}ل_{ر-٢}$ = ٢١٠ فأوجد قيمة :

$$^{ن+١}ق_ر + {}^{ن+١}ق_{ر-١}$$

السؤال الثانى : (٦ درجات)

(أ) فى مفكوك $\left(٤س^٢ + \frac{١}{٢س}\right)^{١٥}$ أوجد :

(أولاً) قيمة الحد الخالى من س

(ثانياً) قيمة س التى تجعل الحدين الأوسطين فى المفكوك متساويين .

(ب) أثبت أن $\left(\frac{٥ - ٣\omega^٢}{٥\omega - ٣} - \frac{٢ - ٧\omega}{٢\omega^٢ - ٧}\right)^٤ = ٩$ حيث ω أحد الجذور التكعيبية للواحد الصحيح.

السؤال الثالث : (٦ درجات)

(أ) ضع العدد ع = ١ + $\sqrt{٣}$ ت على الصورة المثلثية ثم أوجد جذريه التربيعيين فى الصورة الأسية .

بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية

(ب) بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{أ}_1 + \text{ب}_1\text{س} & \text{أ}_1\text{س} + \text{ب}_1 & \text{ح}_1 \\ \text{أ}_2 + \text{ب}_2\text{س} & \text{أ}_2\text{س} + \text{ب}_2 & \text{ح}_2 \\ \text{أ}_3 + \text{ب}_3\text{س} & \text{أ}_3\text{س} + \text{ب}_3 & \text{ح}_3 \end{vmatrix} = (1 - \text{س}^2) \begin{vmatrix} \text{أ}_1 & \text{ب}_1 & \text{ح}_1 \\ \text{أ}_2 & \text{ب}_2 & \text{ح}_2 \\ \text{أ}_3 & \text{ب}_3 & \text{ح}_3 \end{vmatrix}$$

ثانياً : الهندسة الفراغية

السؤال الرابع : (٦ درجات)

(أ) أكمل العبارات الآتية :

١- إذا كان قياس الزاوية بين مستقيمين متخالفين يساوى 90° فيقال لهما ....

٢- إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوى ثالث كان خط تقاطع هذين المستويين ....

٣- متوازى مستطيلات أبعاده س ، ص ، ع فإذا كان س ص = ٤٨ سم^2 ، س ع = ١٤٤ سم^2 ، ص ع = ١٩٢ سم^2 فإن حجمه = ... سم^3 وطول قطره = ... سم

(ب) س ، ص ، ع ثلاث مستويات متوازية قطعها المستقيم ل فى النقط أ ، ب ، ح على الترتيب ، كما قطعها المستقيم م فى النقط ء ، هـ ، و على الترتيب فإذا كان $\overleftrightarrow{\text{أو}}$ يقطع المستوى ص فى ن ، كان أ ب : ب ح = ١ : ٣ فأثبت أن : ح و + ٣ أ ء = ٤ (ب ن + ن هـ)

السؤال الخامس : (٦ درجات)

م أ ب ح هرم ثلاثى فيه $\overline{\text{م أ}}$ ⊥ المستوى أ ب ح ، أ ب = أ ح = ١٠ سم ، ب ح = ١٢ سم ، م أ = ٨ سم ، ء منتصف $\overline{\text{ب ح}}$.

(أولاً) احسب طول $\overline{\text{أ ء}}$ وأثبت أن : $\overline{\text{م ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ح}}$.

(ثانياً) أوجد ق (∠ م - $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ - أ)

(ثالثاً) أثبت أن المستويين م أ ء ، م ب ح متعامدان .

انتهت الأسئلة

[٢٧٠] الدور الأول (نظام حديث)	جمهورية مصر العربية وزارة التربيـة والتعليم امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ م نموذج إجابة الرياضيات البحتة [الجبر والهندسة الفراغية]	الدرجة العظمى (٣٠) الدرجة الصغرى (-) عدد الصفحات (٥)

أولا : الجبر

> إذا قام الطالب بإجراء أى خطوات سليمة للحل يحصل على نصف درجة وذلك فى كل جزئية من جزئيات السؤال الأول (أ)

إجابة السؤال الأول : (٦ درجات) : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات

(أ) (٣ درجات)

١- { ١ ، ٢ } (درجة)

٢- ٦ (درجة)

٣- $ح_١ = ٦$ (نصف درجة) ، $ح_٢ = -٥$ (نصف درجة)

(ب) (٣ درجات)

$\lfloor ن = ٧٢٠$

∴ $\lfloor ن = \lfloor ٦$

∴ $ن = ٦$ (درجة)

∴ $^{٧}ل_{ر-٢} = ٢١٠ \Leftarrow {}^{٧}ل_{ر-٢} = {}^{٧}ل_{٣}$

∴ $ر - ٢ = ٣$

∴ $ر = ٥$ (درجة)

∴ $^{ن+١}ق_{ر} + {}^{ن+١}ق_{ر-١} = {}^{ن+٢}ق_{ر}$

$= {}^{٨}ق_{٥} = {}^{٨}ق_{٣} = ٥٦$ (درجة)

(تراعى الاجابات الأخرى)

إجابة السؤال الثانى : (٦ درجات) : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات

(أ) (٣ درجات)

(أولا) $ع_{ر+١} = {}^{١٥}ق_{ر} \left(\frac{١}{٢س} \right)^{ر} \left(٤ س^{٢} \right)^{١٥-ر}$ (نصف درجة)

$= {}^{١٥}ق_{ر} \left(\frac{١}{٢} \right)^{ر} \times (٤)^{١٥-ر} \times س^{٣٠-٣ر}$ (نصف درجة)

ولايجاد الحد الخالى من س فلابد أن يكون $٣٠ - ٣ر$ = صفر

∴ $ر = ١٠$ (نصف درجة)

∴ $ع_{١١}$ هو الحد الخالى من س

$ع_{١١} = {}^{١٥}ق_{١٠} \times \left(\frac{١}{٢} \right)^{١٠} \times (٤)^{٥} = ٣٠٠٣$ (نصف درجة)

(ثانيا) الحدان الأوسطان هما $ع_{٨}$ ، $ع_{٩}$

∴ $\frac{ع_{٩}}{ع_{٨}} = \frac{١٥ - ٨ + ١}{٨} \times \frac{١}{٨س^{٣}} = ١$ (نصف درجة)

∴ $٨ س^{٣} = ١ \Leftarrow س^{٣} = \frac{١}{٨}$

∴ $س = \frac{١}{٢}$ (نصف درجة)

(ب) الطرف الأيمن $= \left[\frac{٥ - ٣\omega^{٢}}{٥\omega - ٣} - \frac{٢ - ٧\omega}{٢\omega^{٢} - ٧} \right]^{٤}$

$= \left[\frac{٥\omega^{٣} - ٣\omega^{٢}}{٥\omega - ٣} - \frac{٢\omega^{٣} - ٧\omega}{٢\omega^{٢} - ٧} \right]^{٤}$ (درجة)

$= \left[\frac{\omega^{٢}(٥\omega - ٣)}{٥\omega - ٣} - \frac{\omega(٢\omega^{٢} - ٧)}{٢\omega^{٢} - ٧} \right]^{٤}$ (نصف درجة)

$= (\omega^{٢} - \omega)^{٤}$ (نصف درجة)

$= (\pm \sqrt{٣}\, ت)^{٤}$ (نصف درجة) $= ٩ ت^{٤} = ٩$ (نصف درجة)

= الطرف الأيسر

(تراعى الاجابات الأخرى)

إجابة السؤال الثالث : (٦ درجات) : (أ) ٣ درجات ، (ب) ٣ درجات

(أ) $\because \text{ع} = ١ + \sqrt{٣}\,\text{ت}$

$\therefore |\text{ع}| = \sqrt{١ + ٣} = ٢$ (نصف در

، $\text{حتا}\,\theta = \frac{١}{٢}$ ، $\text{حا}\,\theta = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\therefore \theta = \frac{\text{ط}}{٣}$ (نصف درجة)

$\therefore \text{ع} = ٢\left(\text{حتا}\frac{\text{ط}}{٣} + \text{ت حا}\frac{\text{ط}}{٣}\right)$ (نصف درجة)

والجذور التربيعية للعدد $\text{ع} = \sqrt{٢}\left(\text{حتا}\frac{\text{ط}}{٣} + \text{ت حا}\frac{\text{ط}}{٣}\right)^{\frac{١}{٢}}$

(نصف درجة)

$= \sqrt{٢}\left[\text{حتا}\frac{\frac{\text{ط}}{٣} + ٢\text{ر ط}}{٢} + \text{ت حا}\frac{\frac{\text{ط}}{٣} + ٢\text{ر ط}}{٢}\right]$ حيث $\text{ر} = ٠ ، ١$

بوضع ر = صفر $\therefore$ أحد الجذرين $= \sqrt{٢}\left(\text{حتا}\frac{\text{ط}}{٦} + \text{ت حا}\frac{\text{ط}}{٦}\right) = \sqrt{٢}\,\text{هـ}^{\frac{\text{ط}}{٦}\text{ت}}$ (نصف درجة)

، بوضع ر = ١ $\therefore$ الجذر الآخر $= \sqrt{٢}\left(\text{حتا}\frac{٧\text{ط}}{٦} + \text{ت حا}\frac{٧\text{ط}}{٦}\right) = \sqrt{٢}\,\text{هـ}^{\frac{٧\text{ط}}{٦}\text{ت}}$ (نصف درجة)

(ب)

الطرف الأيمن $= \begin{vmatrix} \text{أ}_١ + \text{ب}_١\text{س} & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{ح}_١ \\ \text{أ}_٢ + \text{ب}_٢\text{س} & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{ح}_٢ \\ \text{أ}_٣ + \text{ب}_٣\text{س} & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{ح}_٣ \end{vmatrix}$ $\xleftarrow{\text{ع}_١ - \text{س ع}_٢}$

(درجة) (نصف درجة)

$= \begin{vmatrix} \text{أ}_١ - \text{أ}_١\text{س}^٢ & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{ح}_١ \\ \text{أ}_٢ - \text{أ}_٢\text{س}^٢ & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{ح}_٢ \\ \text{أ}_٣ - \text{أ}_٣\text{س}^٢ & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{ح}_٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{أ}_١(١ - \text{س}^٢) & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{ح}_١ \\ \text{أ}_٢(١ - \text{س}^٢) & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{ح}_٢ \\ \text{أ}_٣(١ - \text{س}^٢) & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{ح}_٣ \end{vmatrix}$

وبأخذ $(١ - \text{س}^٢)$ عامل مشترك من عناصر $\text{ع}_١$

$= (١ - \text{س}^٢)\begin{vmatrix} \text{أ}_١ & \text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١ & \text{ح}_١ \\ \text{أ}_٢ & \text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢ & \text{ح}_٢ \\ \text{أ}_٣ & \text{أ}_٣\text{س} + \text{ب}_٣ & \text{ح}_٣ \end{vmatrix}$ $\xleftarrow{\text{ع}_٢ - \text{س ع}_١}$ (نصف درجة)

$= (١ - \text{س}^٢)\begin{vmatrix} \text{أ}_١ & \text{ب}_١ & \text{ح}_١ \\ \text{أ}_٢ & \text{ب}_٢ & \text{ح}_٢ \\ \text{أ}_٣ & \text{ب}_٣ & \text{ح}_٣ \end{vmatrix}$ (درجة)

= الطرف الأيسر

(يراعى الاجابات الاخرى)

ثانياً : الهندسة الفراغية

إذا قام الطالب بإجراء أى خطوات سليمة للحل يحصل على نصف درجة وذلك فى كل جزئية من جزئيات السؤال الرابع (أ)

إجابة السؤال الرابع : (٦ درجات) : (أ) ثلاث درجات ، (ب) ثلاث درجات

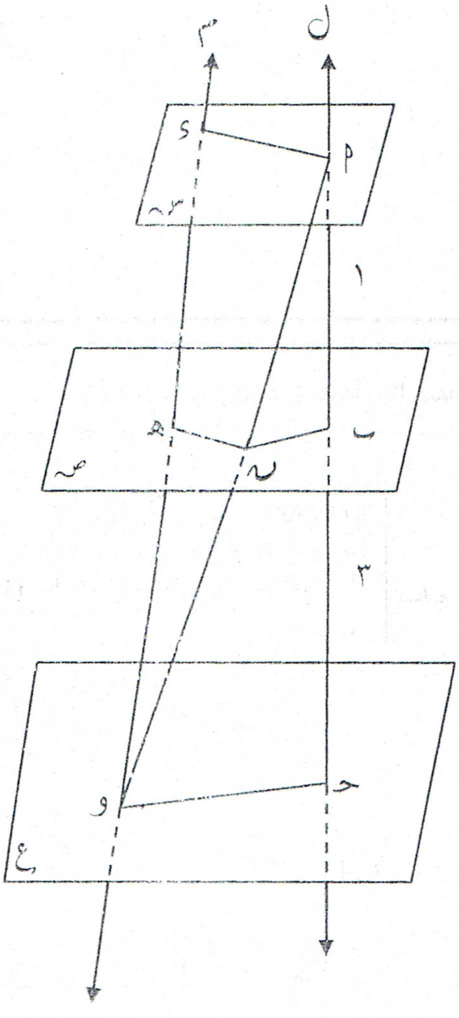
(أ) ثلاث درجات

١- مستقيمان متخالفان متعامدان . (درجة)

٢- عمودياً على ذلك المستوى . (درجة)

٣- ١١٥٢ ، ٣٦ (درجة)

(ب) ثلاث درجات



(نصف درجة) للرسم

∵ المستوى ص // المستوى ع

والمستوى أ حـ و قاطع لهما فى $\overline{بن}$ ، $\overline{حـو}$ على الترتيب

∴ $\overline{بن}$ // $\overline{حـو}$ (نصف درجة)

∴ $\frac{بن}{حـو} = \frac{أب}{أحـ} = \frac{أن}{أو} = \frac{١}{٤}$ (نصف درجة)

∴ $\frac{بن}{حـو} = \frac{١}{٤}$

∴ حـو = ٤ بن ... (١) (نصف درجة)

بالمثل المستوى س // المستوى ص

والمستوى و أ ء يقطعهما فى $\overline{أء}$ ، $\overline{نهـ}$ على الترتيب

∴ $\overline{أء}$ // $\overline{نهـ}$

∴ $\frac{نهـ}{أء} = \frac{ون}{وأ} = \frac{٣}{٤}$

∴ ٣ أء = ٤ ن هـ ... (٢) (نصف درجة)

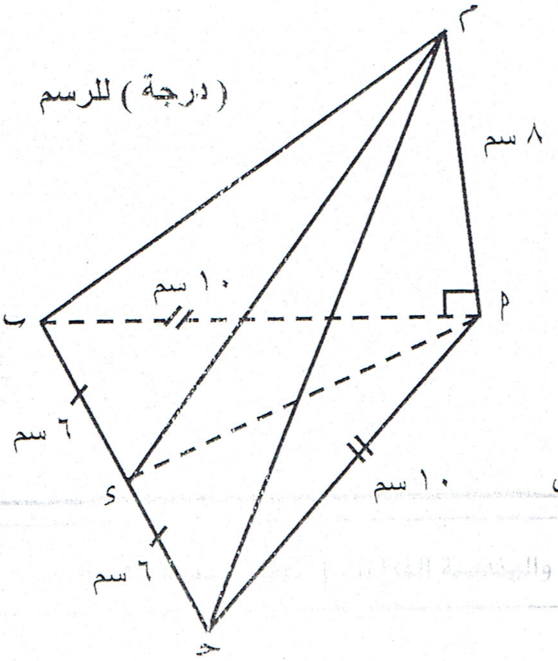
بجمع (١) ، (٢)

∴ حـو + ٣ أء = ٤(بن + نهـ)

(نصف درجة)

(تراعى الاجابات الأخرى)

إجابة السؤال الخامس : (٦ درجات)



(i) في Δ أ ب ح

$\because$ أ ب = أ ح ، ء منتصف $\overline{\text{ب ح}}$

$\therefore$ $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$ **(نصف درجة)**

$\therefore$ $(\text{أ ء})^2 = (\text{أ ح})^2 - (\text{ح ء})^2$ **(نصف درجة)**

= ١٠٠ – ٣٦

$\therefore$ $(\text{أ ء})^2$ = ٦٤

$\therefore$ أ ء = ٨ سم **(نصف درجة)**

، $\because$ $\overline{\text{م أ}} \perp$ المستوى أ ب ح ، $\overline{\text{م ء}}$ مائل على المستوى

ومسقطه $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$

$\therefore$ $\overline{\text{م ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$ **(نصف درجة)**

(ii) $\because$ كل من $\overline{\text{م ء}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ عمودى على $\overline{\text{ب ح}}$

$\therefore$ $\angle$ م ء أ هى زاوية مستوية للزاوية الزوجية م – $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ – أ **(نصف درجة)**

$\therefore$ ق ($\angle$ م – $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ – أ) = ق ($\angle$ م ء أ) **(نصف درجة)**

، $\because$ م أ = أ ء = ٨ سم

$\therefore$ ق ($\angle$ م – $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ – أ) = ق ($\angle$ م ء أ) = ٤٥° **(نصف درجة)**

(iii) $\because$ $\overline{\text{ب ح}} \perp$ كل من $\overline{\text{م ء}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

$\therefore$ $\overline{\text{ب ح}} \perp$ المستوى م أ ء **(نصف درجة)**

$\because$ $\overline{\text{ب ح}} \subset$ المستوى م ب ح **(نصف درجة)**

$\therefore$ المستوى م ب ح $\perp$ المستوى م أ ء **(نصف درجة)**

(يراعى الاجابات الأخرى)

انتهى نموذج الإجابة